UNIVERSIDADE SEVERINO SOMBRA
ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MATEMÁTICA DISCRETA – PROF. ILYDIO P. DE SÁ

DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL EM PROBABILIDADES

Consideremos um experimento com apenas dois resultados possíveis, que chamaremos de **sucesso** e seu complementar, que chamaremos de **fracasso.** Vamos representar por **s,** a probabilidade de ocorrência do sucesso e por **f = 1 – s,** a probabilidade de ocorrência do fracasso.

Por exemplo:
Jogamos um dado honesto e consideramos sucesso a obtenção dos números 3 ou 4. O fracasso será constituído dos resultados: 1, 2, 5 ou 6. Teremos, nesse caso, s = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ e f = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Note, nos dois exemplos apresentados que s + f = 1 ou 100%.

Temos o seguinte teorema, denominado Teorema Binomial em Probabilidade:

"A probabilidade de ocorrerem exatamente k sucessos em uma seqüência de n provas independentes, na qual a probabilidade de sucesso em cada prova é s e a de fracasso é f = 1 - s, é igual a $C_{n,k} . s^k . f^{n-k}$ ***"***

Demonstração:

Vamos fixar da seguinte forma: obtenção dos sucessos nas **k** primeiras provas e dos fracassos, nas **n – k** provas seguintes. Dessa forma, aplicando o princípio multiplicativo, teremos a probabilidade:

p = s.s.s.s. ...... **(k fatores)**. f.f.f.f.f.f **....(n – k) fatores**, ou seja: p = $s^k . f^{n-k}$

É claro que, se os sucessos e fracassos aparecessem nas mesmas quantidades, mas em outra ordem, a probabilidade seria a mesma pois apenas a ordem dos fatores se alteraria. A probabilidade de obtermos **k** sucessos e **n – k** fracassos, em qualquer ordem é: $s^k . f^{n-k}$. Como temos $C_{n,k}$ ordens possíveis, teremos o resultado esperado:

p = $C_{n,k} . s^k . f^{n-k}$

APLICAÇÕES:

1) Um aluno marca, ao acaso, as respostas em um teste de múltipla-escolha, com 10 questões e cinco alternativas para cada uma, com apenas uma certa. Qual a probabilidade dele acertar **exatamente** 4 questões?

Solução:
Sabemos que s = 1/5 ou 0,2 e que f = 4/5 ou 0,8. Como queremos exatamente **4 sucessos** em **n = 10 provas** e os eventos são independentes, podemos aplicar o teorema binomial:

$$P = C_{10,4}.0{,}2^4.0{,}8^6 = 0{,}088 \text{ ou } 8{,}8\%$$

2) Risco do efeito fatal – Admitamos que a probabilidade de que uma pessoa não morra, no prazo de um mês após uma determinada operação de câncer é 82%. Qual a probabilidade de que três pessoas que fizeram tal operação, sobrevivam, ou seja, não morram em até um mês da cirurgia?

Solução:

Temos, neste caso, s = 0,82 e f = 0,18. Estamos querendo que os três sobrevivam, ou seja, k= 3, então teremos:

$$P = C_{3,3}.0{,}82^3.0{,}18^0 = 0{,}5514 \text{ ou } 55{,}14\%$$

3) Um atirador Olímpico, normalmente, tem uma taxa de acertos no alvo de 90% para cada tiro dado. Obtenha a probabilidade de que esse atirador acerto no alvo exatamente 3 de 5 tiros dados.

Solução:

Para esse caso, temos s = 0,9 e f = 0,1 (90% de acerto e 10% de erro para cada tiro dado). Como queremos **3 acertos** (k) e, consequentemente 2 erros, para **5 tiros** dados (n), a probabilidade será:

$$p = C_{5,3}.0{,}9^3.0{,}1^2 = 10\,.\,0{,}729\,.\,0{,}01 = 0{,}0729 = 7{,}29\%$$

Como você explica essa probabilidade pequena de acerto no alvo se o atirador consegue acertar 90% dos tiros dados?