UNIVERSIDADE SEVERINO SOMBRA
ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
MATEMÁTICA DISCRETA – PROF. ILYDIO P. DE SÁ

MOSTRE A SEUS ALUNOS QUE NÃO HÁ UM ÚNICO CAMINHO CORRETO

Uma questão que se coloca muitas vezes perante os problemas de Probabilidades é o fato de que eles normalmente possibilitam várias formas distintas de solução.
Quase sempre isso ocorre porque, perante a situação descrita no problema, podemos encontrar diversos espaços amostrais, dependendo da abordagem que se faça. Para calcular a probabilidade aplicando a definição de Cardano/Laplace, devemos dividir o **número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis**. Ora, a cada espaço de resultados irá corresponder um diferente número de casos possíveis e, claro, um diferente número de casos favoráveis.
O principal cuidado a ter é usar exatamente o mesmo método na contagem dos casos favoráveis e na contagem dos casos possíveis, ou seja, não mudar de espaço de resultados durante a resolução.

Vamos tomar como exemplo um problema e os vários modos de resolvê-lo:

Três bilhetes de cinema

A professora de História resolveu levar os seus 15 alunos para ver um filme. Como o cinema tem filas de precisamente 15 cadeiras, comprou uma fila inteira e distribuiu os bilhetes ao acaso pelos alunos. As alunas Ana, Beth e Carla, por serem muito amigas, gostariam de ficar juntas e numa das extremidades da fila.

Qual a probabilidade de que isso ocorra?

Fazer um esquema ajuda, muitas vezes, a visualizar melhor o que se passa.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

As três amigas querem ficar nos lugares 1, 2 e 3 ou 13, 14 e 15. Existem pelo menos quatro processos de resolver o problema.

1º Processo:

Vamos pensar apenas nos três bilhetes destinados às três amigas, não nos interessando a ordem como elas ocuparão depois esses três lugares.
O espaço de resultados é o conjunto dos ternos não ordenados. Por exemplo, um dos seus elementos é o terno {5, 7, 15}, que corresponde às três amigas receberem os bilhetes 5, 7 e 15 embora não saibamos o lugar exato em que cada uma delas se vai sentar.
Os casos possíveis são as diferentes maneiras delas receberem os 3 bilhetes de um conjunto de 15, ou seja, todos os ternos não ordenados formados a partir do conjunto de 15 bilhetes.

Casos Possíveis = $\mathbf{C}_{15,3}$ = 455

Os casos favoráveis são apenas 2: ou recebem os bilhetes 1-2-3 ou os bilhetes 13-14-15.

p (ficarem juntas numa ponta) = $\frac{2}{455}$

2º Processo:

Vamos pensar nos três bilhetes destinados às três amigas, mas interessando-nos agora a ordem como elas ocuparão depois esses três lugares. Continuamos a ignorar os outros 12 bilhetes.
O espaço de resultados é o conjunto dos ternos ordenados. Por exemplo, um dos seus elementos é o terno {5, 7, 15}, ou seja, a Ana fica no lugar 5, a Bela no 7 e a Carla no 15.
Os casos possíveis são portanto as diferentes maneiras de elas receberem 3 bilhetes de um conjunto de 15, mas em que a ordem por que recebem os bilhetes é importante.

Casos Possíveis = $\mathbf{A}_{15,3} = 2730$

Se os bilhetes que elas receberem forem 1, 2 e 3, como a ordem interessa, há seis maneiras de elas os ocuparem (são as permutações de 3). O mesmo se passa para os bilhetes 13, 14 e 15. Logo, os casos favoráveis são $2 \times P_3$, ou seja, 12.

p (ficarem juntas numa ponta) = $\frac{12}{2730} = \frac{2}{455}$

3º Processo:

Desta vez vamos considerar todas as maneiras como os 15 alunos podem sentar-se nos 15 lugares.
O espaço de resultados é constituído por todas as permutações dos 15 alunos pelas cadeiras. Os casos possíveis são, portanto as permutações de 15. Casos Possíveis = $P_{15} = 15!$
Se as três amigas ficarem nos lugares 1, 2 e 3, podem permutar entre si, e os outros 12 alunos também. O mesmo se passa se ficarem nos três últimos lugares. Então:

Casos Favoráveis = $2 \times P_3 \times P_{12}$

P (ficarem juntas numa ponta) = $\frac{2 \times P_3 \times P_{12}}{P_{15}} = \frac{2}{455}$

4º Processo:

Vamos calcular a probabilidade pedida admitindo que os bilhetes vão ser entregues um a um às três amigas.
A primeira vai receber o seu bilhete. Dos 15 lugares, há 6 que lhe servem (os três primeiros e os três últimos).
Chegou a vez da segunda. Há 14 bilhetes e a ela só servem os dois lugares que restam na ponta onde a primeira ficou.
Finalmente, a terceira, dos 13 bilhetes restantes, tem de receber o único que sobra na ponta onde estão as amigas.

p (ficarem juntas numa ponta) = $\frac{6}{15} \times \frac{2}{14} \times \frac{1}{13} = \frac{12}{2730} = \frac{2}{455}$.